

颗粒形状对粒状材料破碎演化规律及强度准则影响

鄧 彬¹, 王小婵¹, 刘恩龙^{2,3}

(1. 西安科技大学 建筑与土木工程学院, 陕西 西安 710000;

2. 四川大学 水力学与山区河流开发保护国家重点实验室, 四川 成都 610065; 3. 四川大学 水利水电学院, 四川 成都 610065)

摘 要: 为探讨颗粒形状对粒状材料的颗粒破碎演化规律及强度特征的影响, 提出了一个新的粒状材料颗粒形状量化参数, 设计了一种考虑三维颗粒形状的人工试样制备方法, 随即进行了常规三轴压缩试验, 并分析了颗粒破碎和强度特征, 最终建立了一个二元介质强度准则, 具体的研究成果为: 建立颗粒形状量化参数——球形模量 G_M , 在此基础上制备了 5 种不同形状的可破碎粒状材料三轴试样, 并发现球形模量影响着粒状材料的三轴压缩强度特征; 通过筛分确定试样的颗粒破碎情况, 对试样的颗粒破碎演化规律和临界状态进行探讨, 发现颗粒形状通过影响颗粒破碎规律而控制着宏观强度的非线性演化特征; 以二元介质理论为基础, 建立了考虑颗粒形状的可破碎粒状材料强度准则, 并通过试验对其适用性进行了验证。

关 键 词: 颗粒形状; 颗粒破碎; 临界状态; 二元介质模型; 强度准则

中图分类号: TU451

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2023)03-0649-15

Influence of particle shape on the particle crushing law and strength criterion for granular materials

ZHI Bin¹, WANG Xiao-chan¹, LIU En-long^{2,3}

(1. School of Architecture and Civil Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an, Shaanxi 710000, China;

2. State Key Laboratory of Hydraulics and Mountain River Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China;

3. College of water Resources and Hydropower, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China)

Abstract: In order to explore the influence of particle shape on the particle fragmentation and strength characteristics of granular materials, this paper proposes a new parameter to quantify the particle shape of granular materials, designs an artificial sample preparation method considering the three-dimensional particle shape feature information, then conducts a conventional triaxial compression test for these prepared samples, and analyzes the particle local breakage law and strength characteristics, finally derives a binary medium strength criterion. Some research results are drawn as follow. Quantitative parameter of particle shape—spherical modulus G_M is proposed. On this basis, five different shapes of triaxial specimens of crushable granular materials were prepared, and it is found that the spherical modulus affects the triaxial compressive strength characteristics of granular materials. The particle breakage of the sample is determined by sieving method, and the evolution law and critical state of the sample particle breakage is discussed, and particle shape is found to control the nonlinear evolutionary characteristics of macroscopic strength by influencing the particle fragmentation pattern. Based on the binary medium theory, the strength criterion of crushable granular materials considering the particle shape is established, and its applicability is verified by experiments results from conventional triaxial condition.

Keywords: particle shape; particles crushing; critical states; binary medium model; strength criterion

1 引 言

自然环境中, 存在着大量的颗粒状材料, 如堆石料、无黏性土等, 其经常被作为人类生产活动中的主要建筑材料。根据我国水电中长期计划^[1], 2030

年常规水电装机达 4.5 亿 kW, 抽水蓄能装机 1.2 亿, 年发电量 2.16 万亿 kWh, 水利工程的兴建成为国民经济快速发展的关键举措, 由此产生了大量水坝工程, 如砌石坝、混凝土坝、高土石坝等。目前, 由于材料易制、便于施工和结构简单等优点, 土石坝

已是世界大坝工程建设中应用最为广泛和发展最快的一种坝型。在土石坝工程的修筑中,堆石料作为建设常用材料,其具有形状各异和受压可破碎等显著特征。根据已建的高土石坝变形观测数据分析结果,大坝变形主要来自于堆石颗粒在高压下的重新分布以及颗粒破碎引起的孔隙压缩。因此,研究颗粒破碎对堆石料力学特性的影响规律成为重要的课题,具有十分显著的经济价值和社会意义。

在外部压力作用下,颗粒间的接触应力在超过自身强度时,就会造成颗粒发生破碎现象,其中颗粒形状是影响其破碎演化规律的重要影响因素之一。同时,在堆石料的受力过程中,颗粒形状也会影响着颗粒挤压、错动、滑移,进而使得粒状材料物理力学和强度特性发生改变。Barrett^[2]用外轮廓、磨圆度和粗糙度来描述岩石颗粒形状及空间尺寸,定量表示非球形粒子性质的范围。Tutumlue^[3]、Shinohara^[4]、Sukrumaran^[5]、Eyad^[6]等学者利用图像分析仪将颗粒的二维投影轮廓与圆做比较,提出形状参数和角度参数这两个定量描述颗粒形状的新参数。Kwan^[7]、Nouguier^[8]、Hidalgo^[9]等在图像分析的基础上借助离散元法(discrete element method, 简称 DEM)对粒状材料的三轴试验进行了模拟。Cho 等^[10]在通过砂土进行了室内三轴试验对宏观尺度上土壤受土壤颗粒形状影响下变形特征和强度的变化情况进行了研究。张季如等^[11-12]对不同初始分布的钙质砂进行了高围压下的三轴试验,对剪切过程中的颗粒粒径分布、颗粒破损情况演化规律进行了研究。吕亚茹等^[13]通过 X 射线衍射(X-ray diffraction, 简称 XRD)、比重试验和颗粒压缩试验对不同形状的珊瑚砂颗粒的弹性模量、屈服应力和破碎应力进行了研究。

在颗粒形状对破碎演化规律和宏观试验力学规律研究的基础上,一些力学分析和理论模型相继被建立。石修松等^[14]通过建立分形模型,对堆石料的破碎分形特性进行了探讨。王兆南^[15]、邵晓泉^[16]、刘恩龙^[17]等通过大量的三轴压缩试验,对粒状材料的颗粒破碎对其应力应变、临界状态等影响进行了研究。钱劲松^[18]、Zhou^[19]和张季如^[11-12]等利用离散元软件对颗粒形状对粒状材料剪切特性的影响进行了研究。

综上所述,学者们针对可破碎粒状材料的颗粒形状及破碎情况进行了大量研究工作,且已获得丰硕的成果,对后续可破碎粒状材料的强度和变形研究有着重要意义。但是,现有成果在关于颗粒形状对粒状材料颗粒破损、临界状态以及强度方面的研究工作仍需深化。基于此背景,本文将通过试验方法和理论分析,研究颗粒形状对可破碎粒状材料强度和临界状态的影响规律,进而探讨颗粒破碎机制,最终建立一个更适用于可破碎粒状材料的强度准则。

2 室内试验

为开展颗粒形状对可破碎粒状材料的强度影响规律研究,需提出一种三维颗粒形状量化试验参数,随即制定考虑不同形状参数的常规三轴压缩试验方案。

2.1 可破碎粒状材料试样制备

2.1.1 颗粒形状量化参数

以往研究中,常用形状参数、角度参数等指标对颗粒在二维平面上的投影形状进行量化,如长细比 AR。长细比是颗粒在平面投影的最小直径 D^{Fmin} 与最大直径 D^{Fmax} 的比值,如图 1 所示。

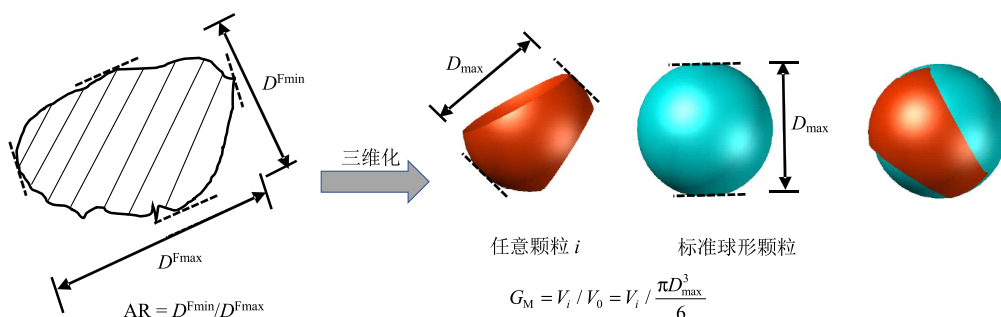


图 1 球形模量示意图

Fig.1 Schematic of the spherical modulus

长细比 AR 在数值计算中被广泛使用,但并不适用于试验操作使用因此,本文以长细比 AR 为基础,提出一种能描述颗粒三维形状的量化参数——球形模量 G_M 。正如图 1 中所示,定义球形模量 G_M

为任一颗粒的体积与和该颗粒最大粒径相等的球体体积之间的比值。令 V_i 为任意颗粒 i 的体积,且假定一标准球体 i_0 ,其直径与任意颗粒 i 的最大直径 D_{max} 相等,定义其体积为 V_0 ,则球形模量 G_M 可表

示为

$$G_M = \frac{V_i}{V_0} \quad (1)$$

假定任意颗粒 i 与标准球体 i_0 为同种材料（密度相同），则球形模量 G_M 也可通过质量之比表示：

$$G_M = \frac{m_i}{m_0} \quad (2)$$

式中： m_i 为颗粒质量； m_0 为与颗粒最大粒径相等的球体质量。

基于上述对试样颗粒形状的定义（球形模量 G_M ），可制备不同颗粒形状的粒状材料试样。假定某三轴试样需要相同形状的颗粒 n 个，则该试样的平均球形模量 $\overline{G_M}$ 为

$$\overline{G_M} = \frac{1}{nm_0} \sum_{i=1}^n m_i \quad (3)$$

式中： n 为颗粒个数。

在对粒状材料进行常规三轴压缩试验时，通常需要确保试样具有相同的相对密实度 D_r ，从而实现无关变量的控制。粒状材料的颗粒形状不同，其结构组成和孔隙特征也不尽相同，即天然孔隙比 e_0 各不相同。因此，利用相对密实度试验可测得不同颗粒形状粒状试样的最小孔隙比 $e_{\min}$ 和最大孔隙比 $e_{\max}$ ，从而可通过下式计算得到不同颗粒形状粒状材料试样在相同 D_r 时的孔隙比 e 。

$$e = e_{\max} - D_r(e_{\max} - e_{\min}) \quad (4)$$

对于人工制备的粒状材料试样，密度为 ρ ，试样体积为 V ，颗粒材料总体积为 V_s ，颗粒密度为 ρ_i ，试样质量 m 为颗粒质量 m_i 的总和。因此，构成该试样的颗粒材料总体积 V_s 与试样质量存在关系如下：

$$V_s = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\rho_i} \quad (5)$$

通过式（3）～（5），可计算得不同颗粒形状的粒状材料试样在相对密实度 D_r 相等条件下，所需的总体颗粒质量。对于不同颗粒形状的粒状材料三轴试样，所需的颗粒质量不同，同时组成试样的颗粒个数也不同，假定某一颗粒形状粒状材料的质量为 m ，颗粒个数为 n ，该试样的平均球形模量 $\overline{G_M}$ 为

$$\overline{G_M} = \frac{m}{\frac{\pi \bar{d}^3}{6} n \rho_i} \quad (6)$$

式中： $\bar{d}$ 为粒状材料试样组成颗粒的最大粒径平均值。

2.1.2 三轴试样制备

在使用人工制备的可破碎粒状材料进行三轴试验时，需要保证粒状材料的均质性和可破碎性。因此采用人工制备的颗粒球进行破碎后，筛分出单一粒径组的颗粒进行试验，颗粒制备过程见图2。

为保证颗粒材料的均一性和可破碎性，使用粒

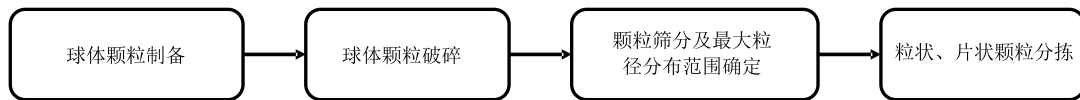


图2 颗粒制备流程图

Fig.2 Flowchart of the particle preparation

径为0.5 mm以下粉土和32.5R复合硅酸盐水泥以质量比10:4混合^[20-21]制成直径为20 mm的水泥土颗粒球，如图3(a)所示，于室温养护28 d备用，其含水率为3.49%，密度为1.58 g/cm³。

将养护完成的颗粒球进行碎化处理，根据粗粒土相关试验规范^[22]，筛分选取最大粒径为5.0～7.5 mm之间的单一粒径组颗粒，随机选取1 025个过筛后颗粒，并对其最大粒径进行量测，绘制最大粒径分布直方图，见图3(b)，可知粒状颗粒的最大粒径服从正态分布 $X(\mu, \sigma^2)$ ，其中， $\mu \approx 6.182$ ， $\sigma^2 \approx 0.33$ ，本文中粒状材料的最大粒径平均值 $\bar{d}$ 可选取6.182 mm。

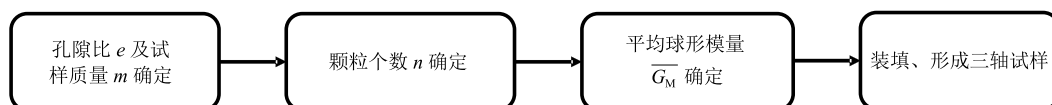
根据相关规范^[23]，颗粒厚度小于平均粒径的0.4倍者为片状颗粒。根据规范，可将单一粒径组颗粒分为粒状颗粒和片状颗粒，见图3(a)。

将粒状颗粒与片状颗粒按照不同的质量比进行混合，形成5种颗粒组成各不相同的粒状材料，见表1。三轴试样所需的颗粒质量及平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的确定按照图3(c)所示进行。首先通过相对密实度试验对各个粒状材料的 $e_{\min}$ 和 $e_{\max}$ 进行确定，给定 D_r 为0.91，通过式（4）可计算得各个粒状材料三轴试样的孔隙比 e ，给定试样规格为 $\phi 39.1 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}$ ，由此可计算得试样质量 m 。按照质量比称量相应的粒状和片状颗粒，确定颗粒个数 n ，多次

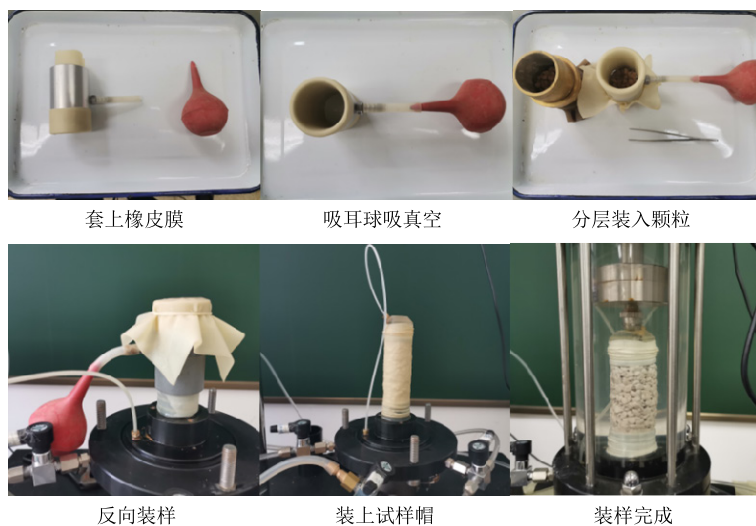


(a) 水泥球颗粒

(b) 最大粒径分布直方图



(c) 球形模量与制备流程



(d) 装样过程

图3 三轴试样制备流程

Fig.3 Preparation process of triaxial specimen

表1 平均球形模量确定表

Table 1 Determination of average spherical modulus $\overline{G_M}$								
序号	粒/片 质量比	质量 m/g			数量 n			$\overline{G_M}$
		$\overline{m_L}$	$\overline{m_P}$	$\overline{m_Z}$	$\overline{n_L}$	$\overline{n_P}$	$\overline{n_Z}$	
1	1:0	89.458	0	89.458	591.000	0	591.000	0.777
2	4:1	69.710	17.434	87.144	459.800	175.4	635.200	0.701
3	3:1	65.090	21.700	86.790	436.000	229.8	665.800	0.668
4	2:1	57.664	28.832	86.496	378.800	330.0	708.800	0.625
5	1:1	43.012	43.008	86.020	322.812	480.6	803.412	0.573

注: $\overline{m_L}$ 、 $\overline{m_P}$ 、 $\overline{m_Z}$ 分别为粒状颗粒、片状颗粒及组成试样总颗粒的质量的平均值; $\overline{n_L}$ 、 $\overline{n_P}$ 、 $\overline{n_Z}$ 分别为粒状颗粒、片状颗粒及组成试样总颗粒的数量的平均值。

重复获得颗粒个数平均值, 利用式 (6) 对不同质量配比的试样的 $\overline{G_M}$ 进行确定, 见表 1。粒状材料试样

松散, 三轴试样安装时易洒落, 进而导致其基本物理力学性质发生改变, 因此需按照图 3(d) 进行制样。

2.2 试验方案

对于可破碎的粒状材料, 在饱和时需要时颗粒的孔隙饱和, 同时也要使粒状材料试样的孔隙饱和。通过真空饱和, 可以使颗粒的孔隙饱和, 而在装样时, 粒状材料的孔隙中水分全部流失, 因此在装样完成后, 需要进一步对其进行反压饱和, 从而使试样完成饱和, 见图 4。

试验结束后将试样烘干筛分, 确定试样破碎后颗粒的破碎情况和粒径分布情况, 制备破碎后重塑试样, 并重复上述试验, 具体试验流程见图 5。分

别对不同平均球形模量 $\overline{G_M}$ (0.777、0.701、0.668、0.625、0.573) 的可破碎粒状材料在不同围压 (200、300、400、500、600 kPa) 下进行固结排水 CD (consolidation drainage, 简称 CD) 试验, 设置剪切速率为 0.16 mm/min, 破坏标准设定为轴向应变达到 20%, 记录此时的主应力差。最后, 将试验后试样烘干后进行筛分, 确定颗粒的破碎情况和粒径分布。

与此同时, 为明确颗粒破碎后的粒状材料试样

的强度特征, 以更好建立考虑局部破碎的强度准则, 有必要开展破碎后材料的常规三轴压缩试验。首先, 分别将各个围压下烘干后试样混合均匀, 并通过相对密度试验确定出破碎后试样在 D_r 为 0.91 时, 所需制备三轴试样的颗粒总质量。通过对比和分析, 可选用 400 kPa 下破碎后颗粒进行破碎后重塑试样的三轴试验。最终, 在完成重塑试样的三轴试验后, 需重复烘干和筛分试样颗粒, 对其颗粒破碎和粒径分布情况进行测定。

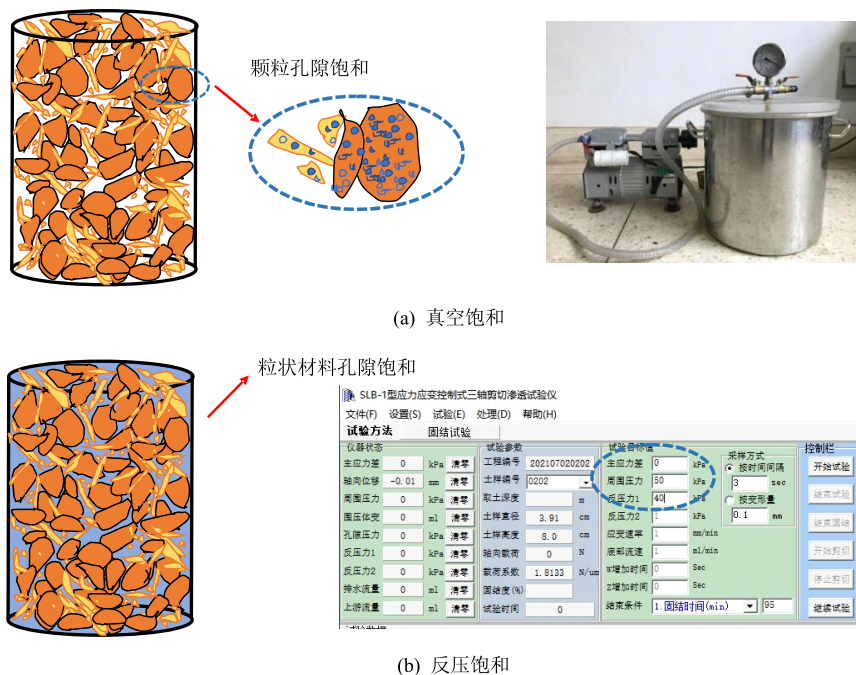


图 4 试样饱和

Fig.4 Saturation of the specimen

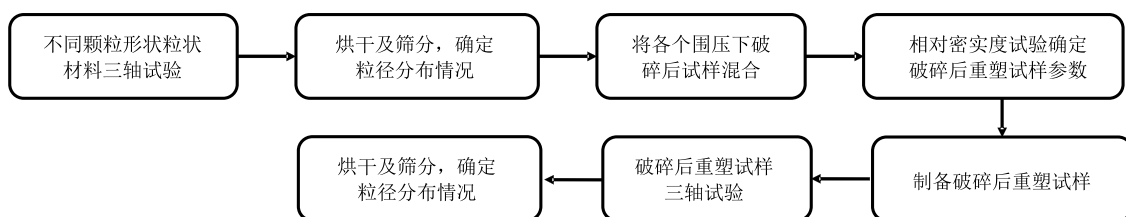


图 5 试验流程图

Fig.5 Test process

3 试验结果分析与讨论

3.1 颗粒破碎分析

3.1.1 颗粒破碎情况

通过上述试验方法, 得到了不同球形模量下的粒径级配曲线和颗粒破碎分布图, 详见图 6 和图 7。在进行数据分析后发现, 试验后试样发生了大量的颗粒破碎, 破碎前试样由单粒径组颗粒组成, 破碎后试样的颗粒分布较为广泛, 以 $\overline{G_M}$ 为 0.668, 围压

为 500 kPa 的试样为例, 见图 6。为对颗粒破碎前后的颗粒级配进行分析, 以 500 kPa 下不同颗粒形状条件下的粒径级配曲线为例, 见图 7(a), 在围压一定的情况下, 随着 $\overline{G_M}$ 的减小, 粒状材料中片状颗粒含量逐渐增加, 更易发生颗粒破碎。在不同围压下对破碎后重塑试样进行 CD 试验, 试样分别为 R200 kPa、R300 kPa、R400 kPa、R500 kPa、R600 kPa, 对围压在 400 kPa 下重塑试样 R400 kPa 的试验结果进行分析可知, 破碎后试样仍旧存在一定的颗粒

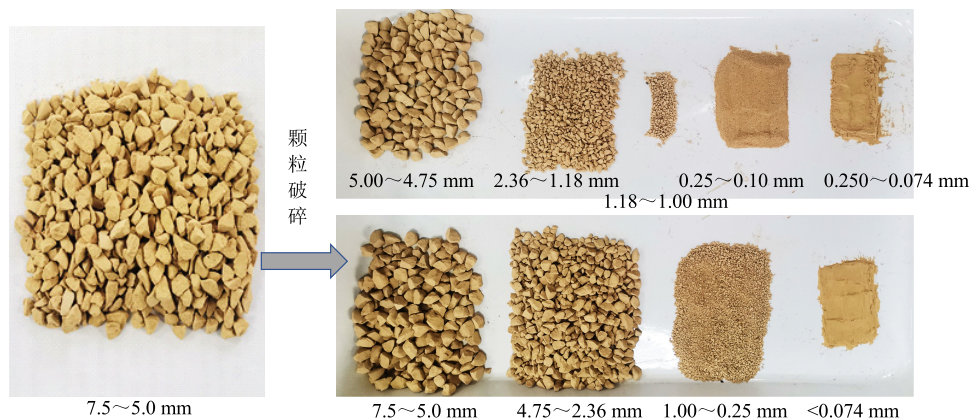
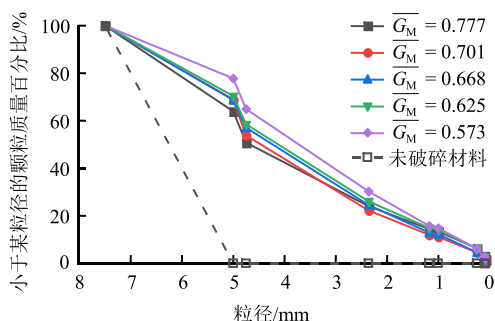
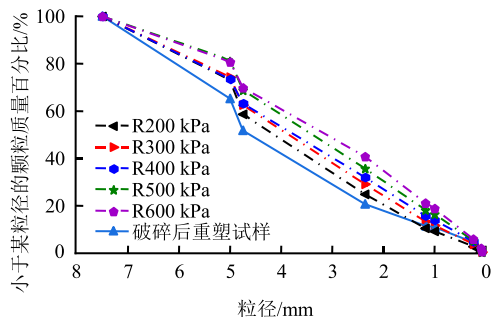


图 6 颗粒破碎情况示意图 ($\overline{G_M} = 0.668$ 、围压为 500 kPa)

Fig.6 Schematic of particle breakage ($\overline{G_M} = 0.668$ 、confining pressure is 500 kPa)



(a) $\sigma_3 = 500$ kPa



(b) 破碎后重塑试样

图 7 颗粒破碎前后粒径分布曲线对比

Fig.7 Comparison of particle size distribution curves before and after particle breakage

破碎现象, 见图 7(b)。

3.1.2 颗粒破碎率

Hardin^[24]根据颗粒分布曲线的变化, 定义了破碎势 B_p : 试验前后颗粒级配曲线与粒径 D 为 0.074 mm 竖线所围面积 (其认为粒径不大于 0.074 mm 的细颗粒不会再发生进一步破碎, 故对颗粒破碎的作用很小)。

依据此概念, 可得到颗粒破碎量 B_t 如图 8 所示, 可由下式进行计算:

$$B_t = B_{Pi} - B_{Pf} \quad (7)$$

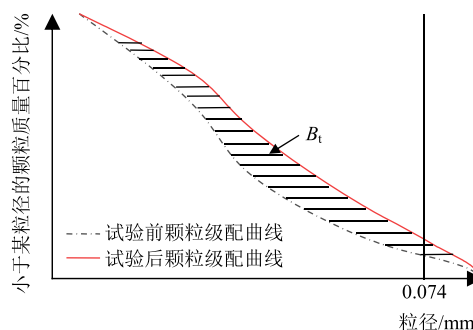


图 8 相对颗粒破碎量 B_t 的意义

Fig.8 The meaning of B_t

式中: B_{Pi} 、 B_{Pf} 分别为颗粒破碎前后粒状材料的破碎势。

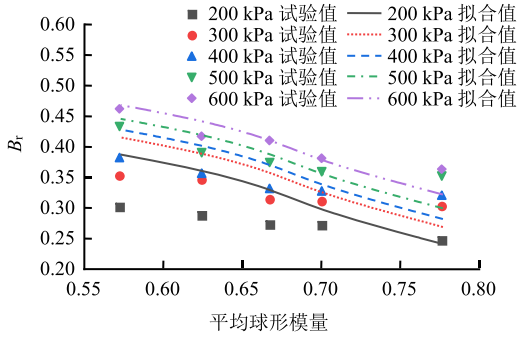
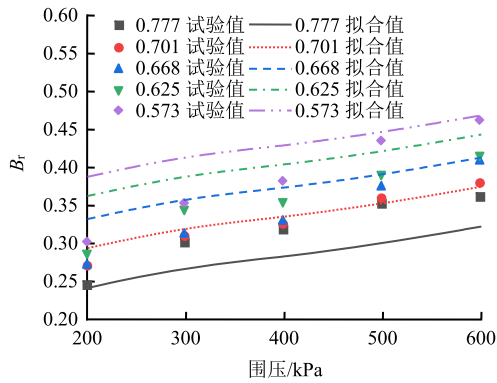
同时, 也定义了相对颗粒破损率 B_r :

$$B_r = \frac{B_t}{B_{Pi}} = \frac{B_{Pi} - B_{Pf}}{B_{Pi}} \quad (8)$$

依据式 (7) 及式 (8), 可计算可得不同平均球形模量 $\overline{G_M}$ 和不同围压条件下的粒状材料试样颗粒破损率 B_r 变化趋势, 见图 9。由图中曲线可知, 在 $\overline{G_M}$ 一定的情况下, 随着围压 σ_3 的增长, B_r 逐渐增大, 其中在 $\overline{G_M} = 0.777$ 和 $\sigma_3 = 200$ kPa 时, B_r 为 0.244, 而当围压 σ_3 增长到 600 kPa 时, B_r 达到 0.360; 当 σ_3 为 300 kPa, $\overline{G_M}$ 为 0.777 时, B_r 为 0.300; 当 $\overline{G_M}$ 减小到 0.573 时, B_r 为 0.351。

综合来看, 颗粒破损率 B_r 随平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的增长呈线性降低趋势, 随围压 σ_3 的增长呈线性增大趋势。同时, 对试验数据进行了拟合, 见图 9。并建立了颗粒破损率 B_r 与平均球形模量 $\overline{G_M}$ 、围压 σ_3 的相关关系:

$$B_r = a \times \exp(\overline{G_M}^b) + c \times \exp\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^d \quad (9)$$

(a) B_r 与 $\overline{G_M}$ 关系曲线(b) B_r 与 σ_3 关系曲线图9 颗粒破损率 B_r 拟合结果Fig.9 The fitting results of B_r

式中： P_a 为标准大气压强，取 101.4 kPa； a 、 b 、 c 、 d 均为试验参数。在本文试验条件下，可分别取 $a = 0.897$ 、 $b = 0.043$ 、 $c = -0.860$ 、 $d = 0.108$ 。

通过该拟合公式，可对已知平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的粒状材料在某一围压下发生破坏时颗粒的破碎情况进行初步计算，为类似试验条件下的破碎量预测提供参考依据。

由试验可知，破碎后重塑试样在受荷情况下仍然存在着一定的颗粒破碎情况。假定破碎后重塑试样发生破坏时所受的应力 $\sigma_R = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ ，其中 σ_1 为主应力，则重塑样的相对颗粒破损率 B'_r 随 σ_R 的增大而增大，见图 10。

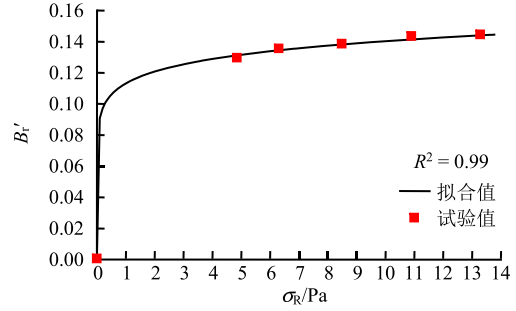
同时，对试验数据进行拟合，可建立破碎后重塑试样的相对颗粒破损率 B'_r 的表达式为

$$B'_r = 1 - \exp \left[a_1 \times \left(\frac{\sigma_R}{P_a} \right)^{b_1} \right] \quad (10)$$

式中： a_1 、 b_1 均为试验参数。本文中可取 $a_1 = -0.12$ ， $b_1 = 0.10$ 。

3.2 临界状态分析

根据 Roscoe 等的定义可知，连续的剪切作用下，主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 和孔隙比 e 为常值的状态，称

图10 B'_r 的计算结果Fig.10 The calculation result of B'_r

为临界状态^[25]。同时，研究结果表明，粒状材料亦存在着临界状态，且颗粒破碎会对粒状材料的临界状态产生影响^[23]。为此，在本文试验结果的基础上，绘制了不同颗粒形状粒状材料试样的孔隙比 e 与 $\lg p'$ 关系曲线，并在 $e - \lg p'$ 平面中绘制临界状态线，见图 11，从而可进一步研究颗粒形状和破碎对粒状材料临界状态的影响规律。

当粒状材料不发生颗粒破碎时， $e - \lg p'$ 平面中的临界状态线为直线趋势，可用下式进行描述^[23]，其被称为参考临界状态线：

$$e_{cro} = e_\lambda - \lambda \lg p' \quad (11)$$

式中： e_{cro} 为参考临界状态线的孔隙比； e_λ 及 λ 均为材料参数， e_λ 为 $p' = 1$ kPa 时所对应的孔隙比， λ 为斜率，均与粒状材料的颗粒形状相关，本文中取值情况见表 2； p' 为球应力。

随着应力水平的增加，颗粒破碎程度逐渐增大，粒状材料的临界状态线逐渐偏离直线。同时，由上述研究成果发现，临界状态线与颗粒的形状、应力水平以及颗粒破碎情况相关。当颗粒破碎时，临界状态线的孔隙比为 e_c (临界孔隙比)，因此通过对试验数据的拟合，建立了考虑颗粒形状及颗粒破碎情况的临界孔隙比 e_c 计算模型，即

$$\left. \begin{aligned} e_c &= C_1 \exp \left(\frac{-\lg p'}{C_2} \right) + C_3 \exp \left(\frac{-\lg p'}{C_4} \right) + C_5 \\ C_1 &= c_{11} + c_{12} \overline{G_M} \\ C_2 &= c_{21} \exp \left(\frac{-\overline{G_M}}{c_{22}} \right) + c_{23} \\ C_3 &= c_{31} \exp \left(\frac{-\overline{G_M}}{c_{32}} \right) + c_{33} \\ C_4 &= c_{41} \exp \left(\frac{-\overline{G_M}}{c_{42}} \right) + c_{43} \\ C_5 &= c_{51} \exp \left(\frac{-\overline{G_M}}{c_{52}} \right) + c_{53} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

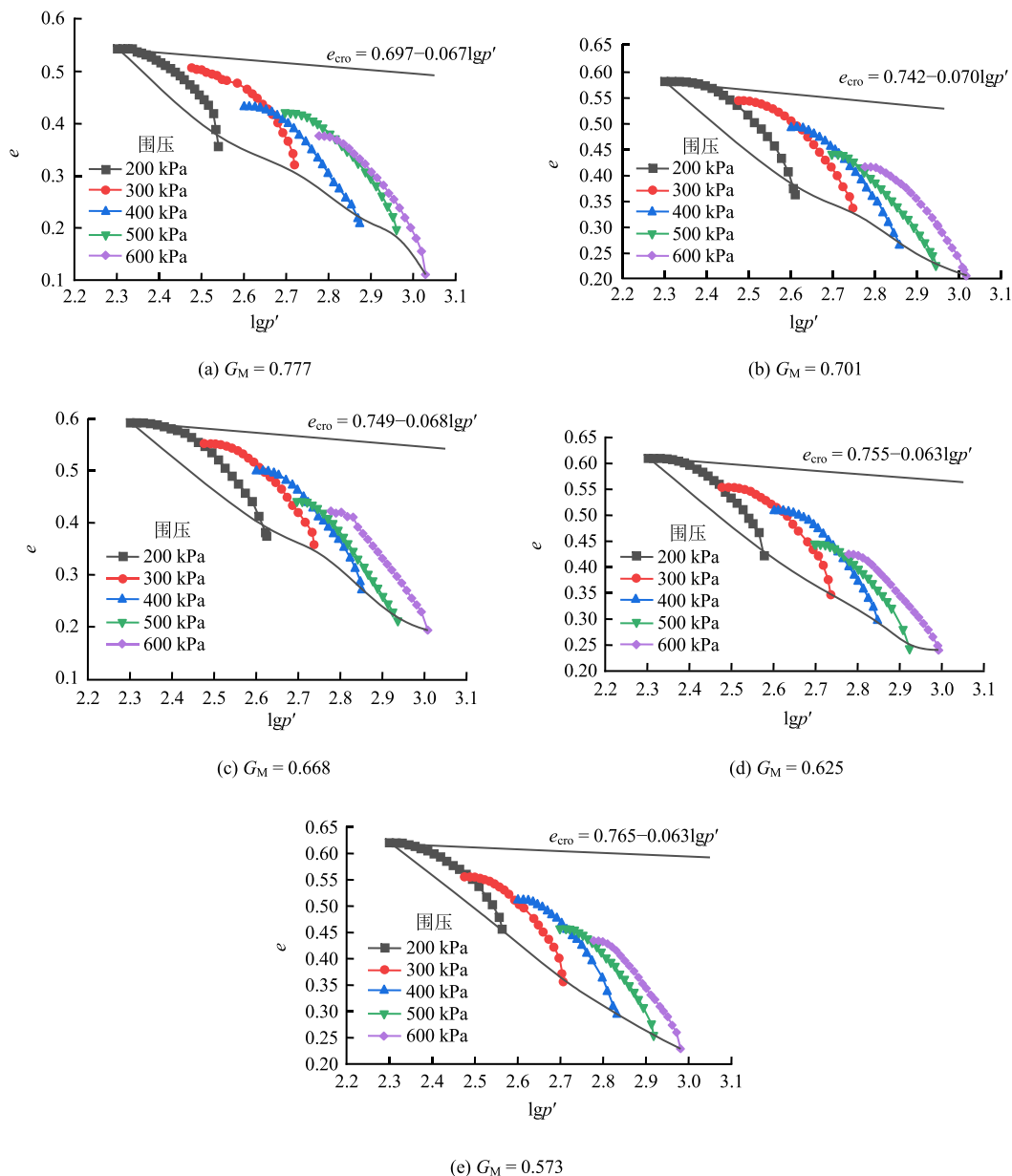


图 11 e - $\lg p'$ 平面中临界状态线
Fig.11 The critical state line in e - $\lg p'$ plane

表 2 计算参数取值表

Table 2 The evaluates of parameter values

平均球形模量	e_0	λ
0.777	0.697	0.067
0.701	0.742	0.070
0.668	0.749	0.068
0.625	0.755	0.063
0.573	0.765	0.063

式中: c_{11} 、 c_{12} 、 c_{21} 、 c_{22} 、 c_{23} 、 c_{31} 、 c_{32} 以及 c_{33} 、 c_{41} 、 c_{42} 、 c_{43} 、 c_{51} 、 c_{52} 、 c_{53} 均为材料参数, 可通过相关试验数据的拟合获得。

3.3 强度规律

图 13 为不同围压下粒状材料的最大主应力差随颗粒形状参数($\overline{G_M}$)的变化情况。由图中曲线可

知, 在低围压下, 最大主应力差随 $\overline{G_M}$ 的增大呈现先增大后减小的趋势, 较高围压下, 随着 $\overline{G_M}$ 的增大, 最大主应力差逐渐增大。对于此试验现象, 本文做出了如下机制分析:

(1) 在围压较低情况下, 试样自身有足够的强度来阻止颗粒产生裂纹及发生破碎, 试样破损过程是以颗粒的滑移和转动为主的^[26]。对于 $\overline{G_M}$ 较大的粒状材料试样而言, 其内部颗粒大多更接近于球形, 颗粒间的接触大部分为点点接触, 更易发生滑移和转动, 因此更易发生破坏。而随着 $\overline{G_M}$ 的减小, 试样中片状颗粒的掺入量逐渐增大, 颗粒间的接触由大部分为点点接触逐渐向点面接触、面面接触转化, 点面接触、面面接触这两种接触方式的比例逐渐增

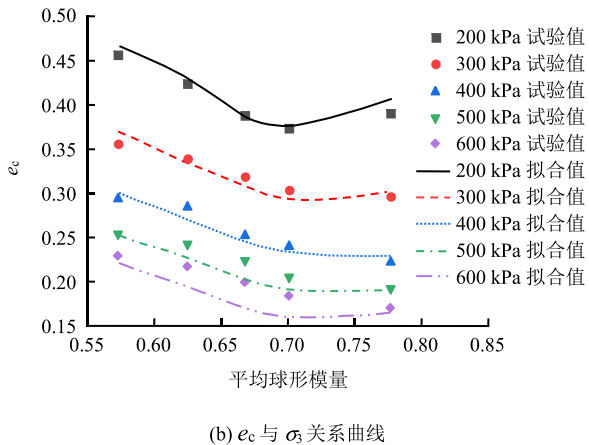
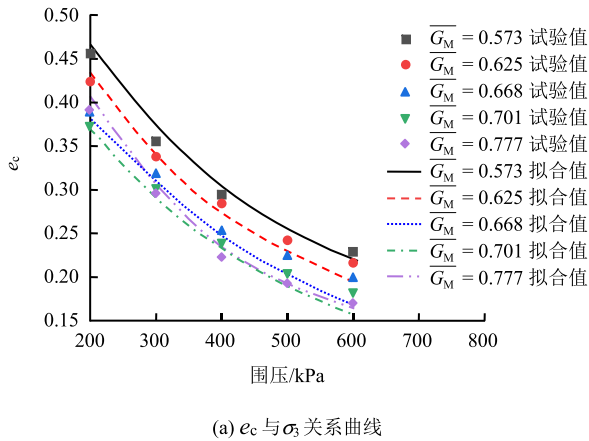
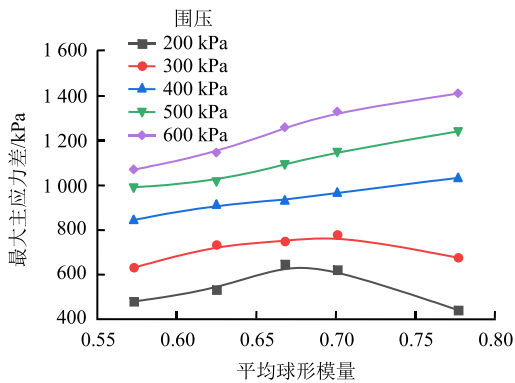
图12 临界孔隙比 e_c 计算结果对比Fig.12 Comparison between calculated and tested results for critical porosity ratio e_c 

图13 最大主应力差与球形模量关系

Fig.13 Relationship of maximum principal stress difference and spherical modulus $\overline{G_M}$

加, 内部颗粒较难发生滑移和转动, 因此强度相较 $\overline{G_M}$ 较大时有所提高; 而随着 $\overline{G_M}$ 的持续减小, 片状颗粒掺入量的持续增大, 粒状材料试样中大量的片状颗粒由于其自身物理力学特性和强度特征, 未来得及发生滑移和转动就发生了破碎, 因此粒状材料试样的强度减小, 在低围压下, 平均球形模量 $\overline{G_M}$ 过小的粒状材料更易发生破坏。该原理表现在围压条

件为 200 kPa 和 300 kPa 的低围压情况下, 随着平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的增大, 最大主应力差表现为先增大后减小, 且最大偏应力峰值逐渐向较大平均球形模量 $\overline{G_M}$ 过渡。

(2) 在高围压情况下, 可破损颗粒来不及发生滑移和转动便产生了裂纹, 随即发生破碎, $\overline{G_M}$ 较大的粒状材中片状颗粒的含量较高, 更易发生破碎, 因此高围压下随着粒状材料平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的增加, 其强度逐渐减小。具体表现为在较高围压 400、500、600 kPa 条件下, 随着平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的增大, 粒状材料的最大主应力差逐渐增大。

图 14 为粒状材料试样的剪切强度变化规律。粒状材料及破碎后重塑试样的强度包络线均表现出明显的非线性, 随着 $\overline{G_M}$ 的减小, 粒状材料强度包络线的非线性表现的越明显。随着 $\overline{G_M}$ 的增大, 低围压下的应力莫尔圆呈先增大后减小的趋势, 较高应力下表现为逐渐增大, 这也符合前文中较低围压下随着 $\overline{G_M}$ 的减小, 最大主应力差呈先增大后减小趋势, 而较高围压下则逐渐增大的现象。

4 可破碎粒状材料的强度准则

4.1 颗粒破碎与二元介质理论

通过前文的分析可知, 可破碎的粒状材料试样本身在受荷前内部无颗粒破碎, 而在低应力水平下受荷压缩后, 颗粒发生转动、滑移, 造成了颗粒的磨损; 当应力水平较高时, 局部颗粒来不及转动、滑移, 便发生了颗粒的大量破碎。以 $\overline{G_M} = 0.668$ 的粒状材料为例, 绘制了其在 500 kPa 围压下压缩剪切前后的颗粒分布情况抽象化示意图, 见图 15。

结合以上讨论, 对粒状材料的破损机制进行深入分析。在粒状材料受到外部荷载作用的初始阶段, 内部颗粒未发生破碎, 而发生滑移、转动以及重排列, 此时的粒状材料可被定义为胶结元, 即未破碎颗粒集合体。而当局部颗粒集合体受到的应力超过破碎门槛值后, 颗粒发生破碎, 并产生了更加细小而无法继续发生颗粒破碎现象, 可将此部分集合体视为摩擦带, 主要表征了试样自身原有结构的破坏和重新构成, 造成了粒状材料试样的破损。因此, 粒状材料的整个受压过程可视为胶结块逐渐向由胶结块和摩擦带构成的二元介质体转化。在受压过程中, 摩擦带的含量逐渐增大, 此时胶结块和摩擦带共同承担外部荷载。综上分析, 粒状材料的宏观强度可被看作由细观尺度上的胶结元和摩擦元强度所组成。

结合体积均匀化理论可知, 受压过程中, 粒状

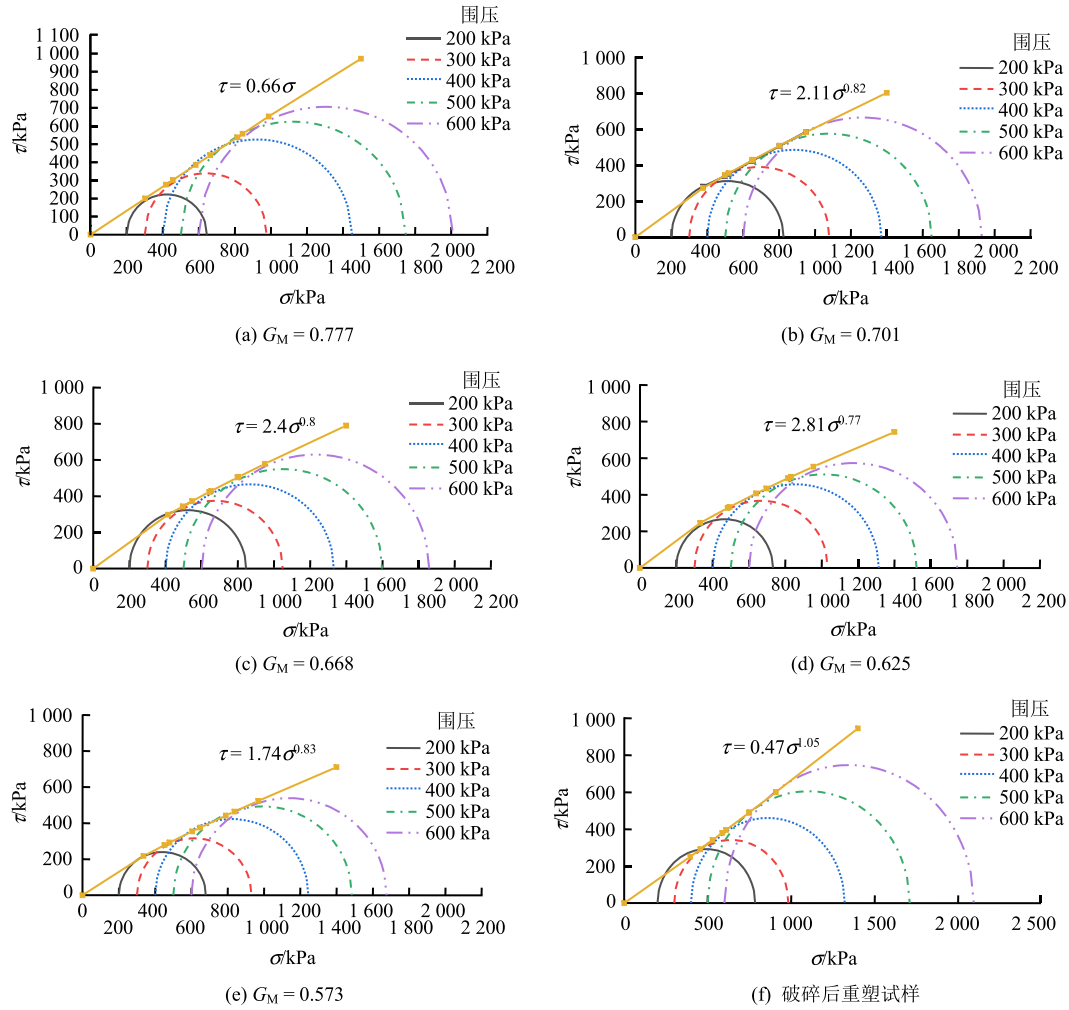


图 14 粒状材料强度变化规律

Fig.14 Strength law of the particle material

材料的应力关系为

$$\{\sigma\} = (1-b)\{\sigma\}_b + b\{\sigma\}_f \quad (13)$$

式中： $\{\sigma\}$ 为粒状材料代表性单元 RVE (representative volume element) 的平均应力； $\{\sigma\}_b$ 为胶结元所承担的应力； $\{\sigma\}_f$ 为摩擦元所承担的应力； b 为应力分担率，为描述摩擦元应力占总应力的比例系数。

对于粒状材料，在受荷过程中，随着颗粒的破碎、摩擦元的产生，粒状材料的强度是由胶结块提供的胶结作用及摩擦带提供的摩擦作用共同承担，抗剪强度 τ 的表达式为

$$\tau = f(\tau_{b(\sigma)}) + f(\tau_{f(\sigma)}) \quad (14)$$

式中： $f(\tau_{b(\sigma)})$ 为胶结块提供的抗剪强度分量； $f(\tau_{f(\sigma)})$ 为摩擦带提供的抗剪强度分量；结合式 (13)，可给出粒状材料的抗剪强度表达式为

$$\tau = (1-\xi)\tau_{b(\sigma)} + \xi\tau_{f(\sigma)} \quad (15)$$

式中： $\tau_{b(\sigma)}$ 为胶结块提供的抗剪强度分量； $\tau_{f(\sigma)}$ 为

摩擦带提供的抗剪强度分量； ξ 为抗剪分担率，是粒状材料在达到破坏状态时，摩擦带所承担剪切强度的比例，与应力水平和颗粒形状相关，即 $\xi = f(\sigma, \overline{G_M})$ 。

4.2 强度准则表达式确定

4.2.1 胶结元强度表达式

粒状材料受荷初期，颗粒并未发生破碎，此时试样的强度可视为仅由胶结块所控制，即较小应变时的压缩变形特性为胶结元的变形特性，即线性变形特征。通过以上分析结合对本文试验数据的处理发现，胶结元会在较小的应变范围内迅速达到应力峰值^[27]，见图 16。因此，可假定胶结元的抗剪强度分量为

$$\tau_{b(\sigma_b)} = \tau_0 \left(\frac{\sigma_{bm}}{P_a} \right)^{n'} \quad (16)$$

式中： τ_0 为粒状材料试样无颗粒破碎时，结构破坏所需要的强度，与颗粒形状相关，取值情况见表 3； σ_{bm} 为胶结元的局部平均应力，可表示为 $\sigma_{bm} =$

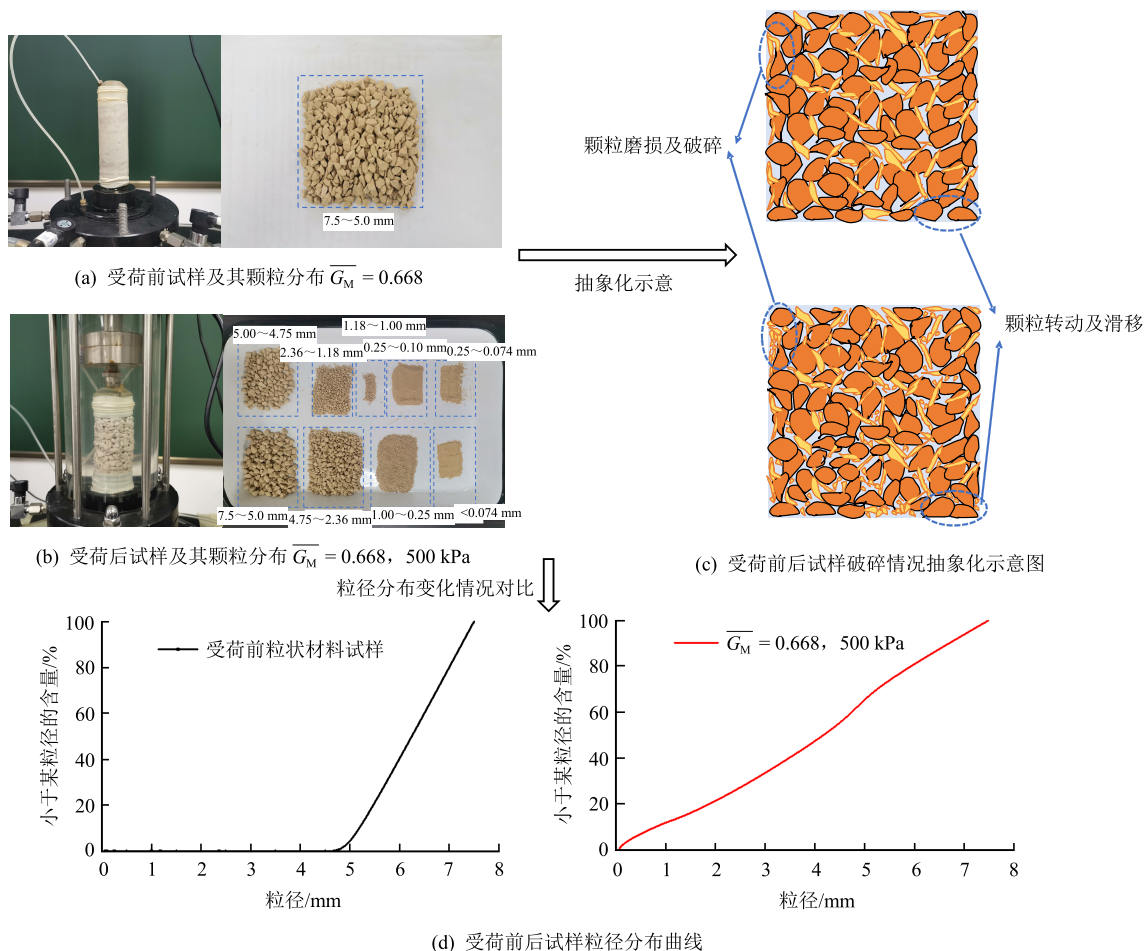


图 15 粒状材料颗粒破碎情况
Fig.15 Particle breakage of particle materials

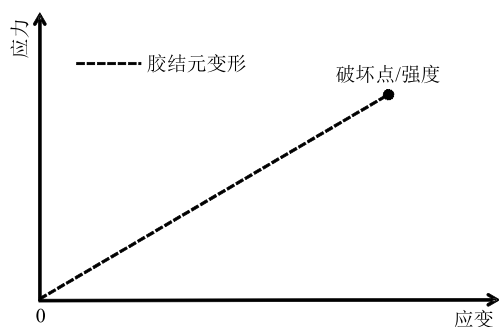


图 16 胶结元变形与强度确定
Fig.16 Deformation and strength of the bonded elements

表 3 τ_0 取值表 (单位: kPa)
Table 3 Determination of τ_0 value (unit: kPa)

取值方式	平均球形模量				
	0.777	0.701	0.668	0.625	0.573
试验值	318.75	337.50	348.75	336.25	311.75
拟合值	314.97	337.13	349.46	334.92	316.48

根据本文的试验数据, 见图 17, 可发现 τ_0 与球形模量之间的关系可被下式描述, 且相关度较高, 此式可为模型参数的确定提供参考。

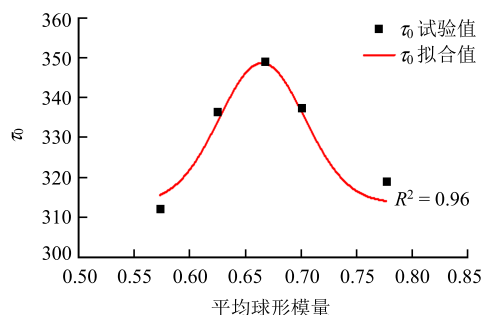


图 17 τ_0 拟合结果
Fig.17 The fitting results of τ_0

$$\tau_0 = \tau'_0 + \frac{A_1}{w\sqrt{\frac{\pi}{2}}} e^{-2\left(\frac{\overline{G_M} - \overline{G_{Mc}}}{w}\right)^2} \quad (17)$$

$\frac{1}{3}(\sigma_{b1} + \sigma_{b2} + \sigma_{b3})$; n' 为试验参数, 本文中取 0.85。

式中: τ'_0 、 A_1 、 w 、 $\overline{G_{Mc}}$ 均为试验参数, 其取值分别为: $\tau'_0 = 314.456$ kPa、 $A_1 = 3.388$ kPa、 $w = 0.077$ 、

$\overline{G_{M_c}}$ 为结构破坏所需强度最大的粒状材料对应的颗粒形状, 本文中选取 0.668。

4.2.2 摩擦元强度表达式

粒状材料受荷过程中, 粒状材料颗粒发生破碎, 产生了摩擦带, 此时摩擦带和胶结块共同承担剪切作用。根据第 3 节中破碎后重塑试样的压缩强度曲线可知, 摩擦带的莫尔强度包络线显示出明显的非线性特征。因此, 可假定摩擦元抗剪强度分量为^[28]

$$\tau_{f(\sigma_f)} = \alpha(\sigma_f)^\beta \quad (18)$$

式中: $\sigma_f = \frac{1}{2}(\sigma_{f1} + \sigma_{f3})$, 是摩擦带第一主应力和第三主应力的均值, 即破碎后重塑试样三轴试验的主应力均值; α 、 β 均为试验参数, 在本文中取值为 $\alpha = 0.47$; $\beta = 1.05$ 。

破碎后重塑试样并非完全是摩擦元, 仍含有少量的胶结块, 胶结元会提供少量的抗剪强度分量, 因此引入摩擦元抗剪强度分量削弱系数 μ' , 假定 $\mu' = f(B'_r)$, 则强度准则为

$$\tau = (1 - \xi)\tau_0 \left(\frac{\sigma_{bm}}{P_a} \right)^n + \mu' \xi A(\sigma_f)^B \quad (19)$$

假定摩擦元抗剪强度分量削弱系数 μ' 与破碎后重塑试样的颗粒破损率 B'_r 之间的关系为

$$\mu' = (A_1 \times \overline{G_M})^{\left(\frac{\sigma_f}{B_1 \times P_a} - B'_r \right)} \quad (20)$$

式中: A_1 、 B_1 为试验参数, 本文中可取 1.15 和 25。

4.2.3 抗剪分担率表达式

根据试验结果可知, 粒状材料试样的抗剪强度表现出明显的非线性, 在颗粒形状的影响下具有不同的特点, 抗剪分担率的取值在 0 到 1 之间, 假定粒状材料的抗剪分担率 ξ 符合

$$\xi = 1 - \exp \left[1 - \zeta \left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \right) \right] \quad (21)$$

式中: $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, 为粒状材料的平均主应力; σ_s 为粒状材料的结构屈服强度, 与粒状材料试样在无颗粒破碎时, 结构破坏所需要的强度 τ_0 数值相等; ζ 为材料参数, 与粒状材料的颗粒形状相关。

抗剪分担率的取值中, ζ 为与颗粒形状参数平均球形模量 $\overline{G_M}$ 相关的试验参数, 本文中可表述为

$$\zeta = n_1 \exp(m_1 \overline{G_M}) + n_2 \exp(m_2 \overline{G_M}) \quad (22)$$

式中: $n_1 = 4\,354$, $n_2 = 13.62 \times 10^{-4}$, $m_1 = -12.28$, $m_2 =$

10.27。

通过上述表达式可计算得不同颗粒形状粒状材料的抗剪分担率 ξ 随应力的变化情况如图 18 所示, 易知抗剪分担率 ξ 处于 0 到 1 之间, 均随着 σ 的增长逐渐增大, σ 较低时抗剪分担率 ξ 增长迅速, 在 σ 某一值后, 增长速度迅速降低, 抗剪分担率 ξ 缓慢增长, 趋近于平行, 将导致抗剪分担率 ξ 增长速率突降的点称为“拐点”, 随着颗粒形状参数——平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的增长, 拐点在 $\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 轴上的投影呈现先增大后减小的规律, 即随着平均球形模量 $\overline{G_M}$ 的增大, 颗粒大量破碎, 摩擦元占据主导地位所需的应力 σ 呈先增大后减小趋势, 这也符合 3.3 节中关于最大偏应力随颗粒形状增大呈先增大后减小情况的讨论。

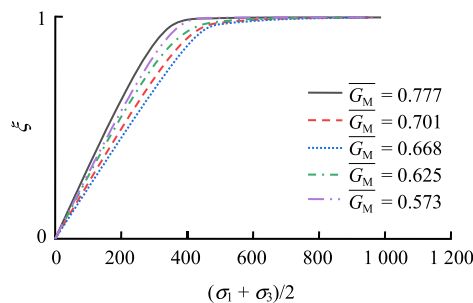


图 18 ξ 计算结果

Fig.18 The calculation results of ξ

4.3 强度准则验证

为了对考虑颗粒形状的粒状材料强度准则式 (19) 的适用性进行验证, 采用粒状材料的固结排水 (CD) 试验进行验证, 比对结果见图 19。

通过图 19 中的计算曲线与理论曲线的对比结果可知, 颗粒形状系数平均球形模量 $\overline{G_M}$ 较大时, 计算结果与试验结果几乎完全重合, 随着 $\overline{G_M}$ 的减小, 计算结果逐渐偏离试验结果, 总体而言, 试验结果与计算结果一致性较好, 该强度准则适用性较好。

5 结 论

本文通过常规三轴压缩试验, 研究了颗粒形状和颗粒破碎对粒状材料临界状态和强度特征的影响规律, 探讨了颗粒破碎演化规律, 且运用二元介质模型, 建立了考虑颗粒形状的可破碎粒状材料强度准则, 并通过试验对其进行了验证, 具体研究结果如下:

(1) 粒状材料及破碎后重塑试样的强度包络线

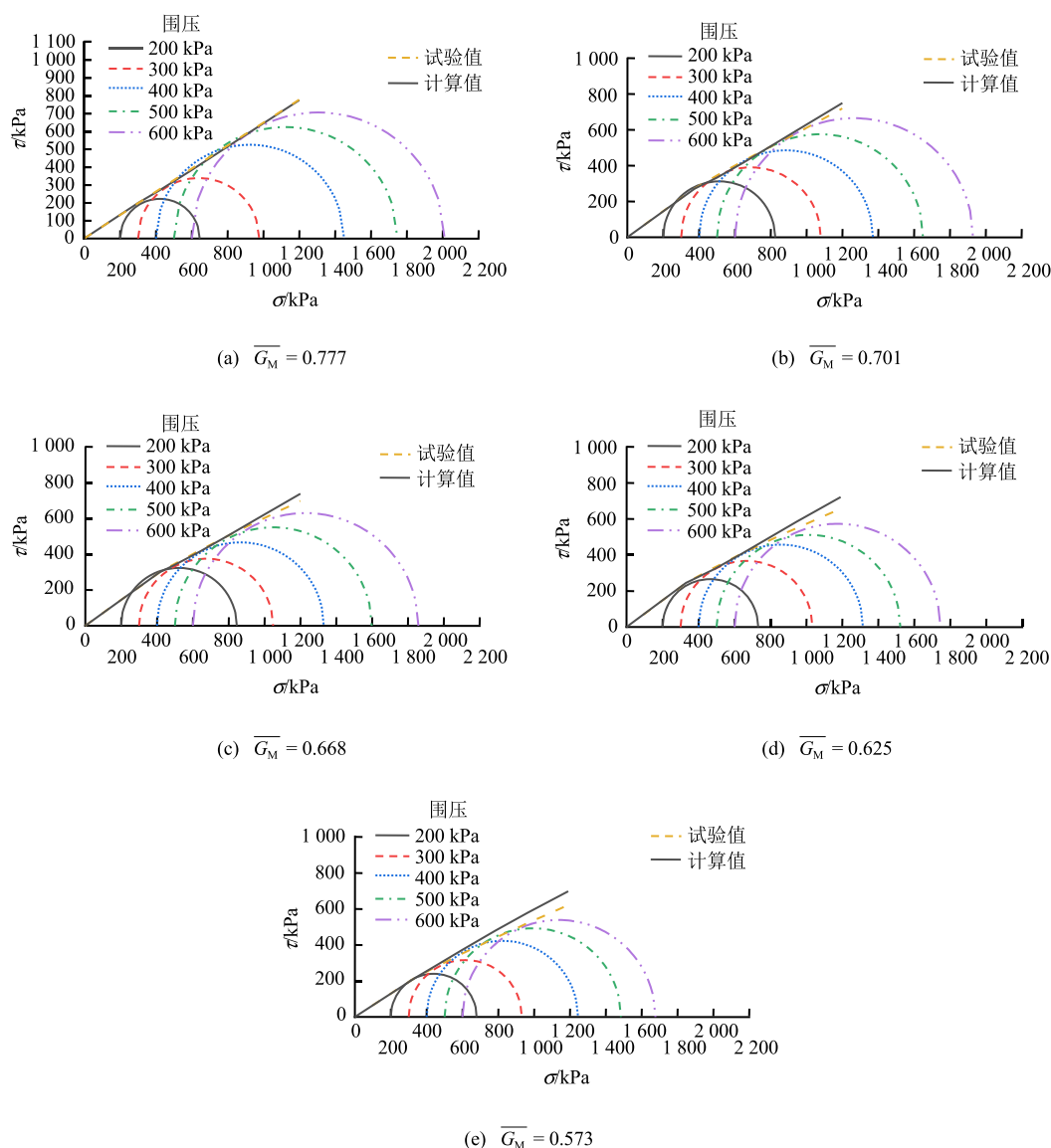


图 19 粒状材料强度变化规律计算结果

Fig.19 Comparison between calculated and tested results of strength of particle materials

均表现出明显的非线性；随着 $\overline{G_M}$ 的减小，粒状材料强度包络线的非线性表现的越明显；但是随着 $\overline{G_M}$ 增大，低围压下的应力摩尔圆呈现先扩张、后缩小的趋势，在较高应力下又表现为逐渐扩张，分析可能因为低围压下颗粒转动和滑动，而高围压下直接产生颗粒破碎所造成的。

(2) 通过确定试验前后粒径分布曲线，对各个颗粒形状 $\overline{G_M}$ 试样的相对破损率进行了计算，并通过分析颗粒形状及应力水平对其影响规律，建立了相对颗粒破损率的计算模型；对临界状态线均呈现非线性特征的内在机制进行了分析，发现其与粒状材料受荷过程中的颗粒破碎关系密切，由此建立了考虑颗粒形状和颗粒破碎情况的粒状材料临界孔隙比计算模型。

(3) 在二元介质模型的基础上，引入了受颗粒

形状和颗粒破碎影响的摩擦元抗剪强度分量削弱系数，建立了考虑颗粒形状的可破碎粒状材料强度准则；最终，通过对强度试验数据的预测，说明了其具有良好的适用性。

参考文献

- [1] 张博庭. 从历史的脉络看“十四五”水电发展[J]. 能源, 2020(10): 43-46.
ZHANG Bo-ting. From the historical context, we can see the development of hydropower in the “14th Five-Year Plan”[J]. *Energy*, 2020(10): 43-46.
- [2] BARRETT P J. Shape of rock particles, a critical review : Sedimentology, V27, N3, June 1980, P291-303[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1981, 18(1): 2-2.

- [3] TUTUMLUER E, PAN T Y. Aggregate morphology affecting strength and permanent deformation behavior of unbound aggregate materials[J]. **Journal of Materials in Civil Engineering**, 2008, 20(9): 617-627.
- [4] SHINOHARA K, OIDA M, GOLMAN B. Effect of particle shape on angle of internal friction by triaxial compression test[J]. **Powder Technology**, 2000, 107(1-2): 31-136.
- [5] SUKUMARAN B, ASHMAWY A K. Quantitative characterization of the geometry of discrete particles[J]. **Geotechnique**, 2004, 51(7): 619-627.
- [6] EYAD M, JOE W B. Unified imaging approach for measuring aggregate angularity and texture[J]. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, 2000, 15: 273-280.
- [7] KWAN A K H, MORA C F, CHAN H C. Particle shape analysis of coarse aggregate using digital image processing[J]. **Cement and Concrete Research**, 1999, 29: 1403-1410.
- [8] NOUGUIER L C. Effect of the grain elongation on the behaviour of granular materials in biaxial compression[J]. **Comptes Rendus Mecanique**, 2010, 338(10-11): 587-595.
- [9] HIDALGO R C, ZURIGUEL I, MAZA D, et al. Role of particle shape on the stress propagation in granular packing[J]. **Physical Review Letters**, 2009, 103(11): 118001.
- [10] CHO G C, DODDS J, SANTAMARINA J C. Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2006, 132(5): 591-602.
- [11] 张季如, 胡泳, 张弼文, 等. 石英砂砾破碎过程中粒径分布的分形行为研究[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(5): 784-791.
ZHANG Ji-ru, HU Yong, ZHANG Bi-wen, et al. Fractal behavior of particle-size distribution during particle crushing of quartz sand and gravel[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(5): 784-791.
- [12] 张季如, 华晨, 罗明星, 等. 三轴排水剪切下钙质砂的颗粒破碎特性[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(9): 1593-1602.
ZHANG Ji-ru, HUA Chen, LUO Ming-xing, et al. Behavior of particle breakage in calcareous sand during drained triaxial shearing[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2020, 42(9): 1593-1602.
- [13] 吕亚茹, 王冲, 黄厚旭, 等. 珊瑚砂微观颗粒结构及破碎特性研究[J]. 岩土力学, 2021, 42(2): 352-360.
LÜ Ya-ru, WANG Chong, HUANG Hou-xu, et al. Study on particle structure and crushing behaviors of coral sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2021, 42(2): 352-360.
- [14] 石修松, 程展林. 堆石料颗粒破碎的分形特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 2): 3852-3857.
SHI Xiu-song, CHEN Zhan-lin. fractal behavior in crushing of rockfill material[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(Suppl.2): 3852-3857.
- [15] 王兆南, 王刚, 叶沁果, 等. 考虑颗粒破碎的钙质砂界面循环本构模型[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(5): 886-892.
WANG Zhao-nan, WANG Gang, YE Qin-guo, et al. Cyclic bounding surface model for carbonate sand incorporating particle breakage[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2021, 43(5): 886-892.
- [16] 邵晓泉, 迟世春. 堆石料变形参数的粒径尺寸相关性研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(9): 1715-1722.
SHAO Xiao-quan, CHI Shi-chun. Particle size correlation of deformation parameters for rockfill materials[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2020, 42(9): 1715-1722.
- [17] 刘恩龙, 陈生水, 李国英, 等. 堆石料的临界状态与考虑颗粒破碎的本构模型[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 2): 148-154.
LIU En-long, CHEN Sheng-shui, LI Guo-ying, et al. Critical state of rockfill materials and a constitutive model considering grain crushing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(Suppl.2): 148-154.
- [18] 钱劲松, 陈康为, 张磊. 粒料固有各向异性的离散元模拟与细观分析[J]. 力学学报, 2018, 50(5): 1041-1050.
QIAN Jin-song, CHEN Kang-wei, ZHANG Lei. Simulation and micro-mechanics analysis of inherent anisotropy of granular by distinct element method[J]. **Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, 2018, 50(5): 1041-1050.
- [19] ZHOU L L, CHU X H, XU Y J. DEM investigation on characteristics of rolling resistance for modelling particle shape[J]. **Construction and Building Materials**, 2019, 221: 730-744.
- [20] 魏巍, 覃燕林, 曹鹏, 等. 一种易破碎材料人工制备的制备方法[P]. 中国: CN103951339B, 2015-12-30.
WEI Wei, QIN Yan-lin, CAO Peng, et al. A preparation method for artificial preparation of easily crushing materials[P]. China: CN103951339B, 2015-12-30.